СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arrow K.J., Harris Th.E., Marschak J. Optimal Inventory Policy // Econometrica. – 1951. – V. 19. – № 3. – P. 250–272.
2. Dvoretzky A., Kiefer J., Wolfowitz J. On the optimal character of the (S, s) policy in inventory theory // Econometrica. – 1953. – V. 21. – № 4. – P. 586–596.
3. Chikán A. Inventory models. – Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1990. – 418 p.
4. Ross Sh.M. Applied probability models with optimization applications. – N.Y.: Dover Publications, 1992. – 198 p.
5. Chopra S., Meindl P. Supply chain management. – London: Prentice Hall, 2001. – 534 p.
6. Beyer D., Cheng F., Sethi S.P., Taksar M. Markovian demand inventory models. – N.Y.: Springer, 2010. – V. 108. – 255 p.
7. Лопухова С.В., Назаров А.А. Исследование рекуррентного потока // Вестник ТГУ. УВТиИ. – 2007. – № 1. – С. 67–70.
8. Лопухова С.В., Назаров А.А. Исследование MAP потока методом асимптотического анализа N-го порядка // Вестник ТГУ. – 2006. – № 293. – С. 110–115.
9. Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральное преобразование и операционное исчисление. – М.: Наука, 1974. – 544 с.

Поступила 11.04.2013 г.

УДК 519.6

ДИАЛОГОВАЯ ПРОЦЕДУРА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ВЕКТОРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В.И. Рейзлин, В.А. Орлов*

Томский политехнический университет
*ООО «Оптимальное решение», г. Томск
E-mail: vir@tpu.ru

Рассматривается методика решения задач многокритериальной оптимизации с математическими моделями, содержащими множество переменных, значения которых не регулируются лицом, принимающим решение. Вводится понятие толерантности варианта решения, родственное понятиям устойчивости, живучести и т. п.

Ключевые слова:
Многокритериальная оптимизация, критерии оптимальности, оптимальность по Парето, лицо, принимающее решение.
Key words:
Multicriteria optimization, optimality criteria, Pareto optimality, decision-maker.

Любой ситуации принятия решения присущи следующие общие элементы:

а) Множество переменных, значения которых выбираются лицом, принимающим решение (далее – ЛПР). Будем называть такие переменные ***вариантами решения*** или просто вариантами.
б) Множество переменных, значения которых либо по желанию, либо по необходимости не регулируются ЛПР. Будем называть такие переменные ***условиями***.
в) Способ оценивания качества вариантов решения при каждом из условий. Обычно это одна или несколько вещественнозначных функций, зависящих от вариантов и условий.

Перейдем к математической формулировке задачи.

В данной работе предполагается, что варианты решения описываются n-мерными вещественными векторами $x=\langle x_1,\ldots,x_n\rangle\in R^n$, условия – также векторные величины $p=\langle p_1,\ldots,p_n\rangle\in R^m$. Компоненты векторов x назовем ***конструктивными параметрами***, а компоненты векторов p – ***внешними параметрами***. Пару векторов $\langle x,p\rangle$ будем называть ***ситуацией***, т. е. ситуация – это вариант решения x при условиях p.

Будем предполагать также, что заданы ***параметрические ограничения***

$$x_i^{\wedge}\le x_i\le x_i^{\vee} \text{ для всех } i \text{ от } 1 \text{ до } n,$$

$$p_i^{\wedge}\le p_i\le p_i^{\vee} \text{ для всех } i \text{ от } 1 \text{ до } m,$$

определяющие в пространстве параметров $R^n\times R^m$ прямоугольный блок $B=X\times P$, который будем называть ***исходным блоком***, а блоки X и P, соответственно, блоком вариантов и блоком параметров.

Кроме параметрических ограничений рассмотрим функциональные ограничения $0\le g_i(x,p)\le g_i^{\vee}$, $1\le i\le r$, вырезающие в исходном блоке некоторую криволинейную область G, которую назовем ***областью возможных ситуаций***. Проекцию области G в пространство конструктивных параметров обозначим через $G|X$. Множество $G|X$ – это множество альтернативных вариантов решения, из которых приходится делать выбор.

Функции $g_i(x,p)$ предполагаются непрерывными. Определяемая ими область G, вообще говоря, может быть любым замкнутым множеством. Единственное ограничение – ее объем не должен равняться нулю. С математической точки зрения требования, предъявляемые к области G, должны быть более жесткими: область G должна совпадать с замыканием множества своих внутренних точек.

Именно это требование обеспечивает отсутствие в G областей меньшей размерности.

Однако с практической точки зрения последнее требование излишне, т. к. такого положения всегда можно добиться сколь угодно малым изменением величин $g_i^{\vee}$.

Наконец, качество ситуации ***вариант + условия*** будем оценивать с помощью ***целевых функций*** (***критериев***) $f_i(x,p)$, $1 \le i \le s$, заданных в блоке B или в некоторой объемлющей его области. Иными словами, при прочих равных условиях ситуация тем лучше, чем больше целевая функция.

Базовым понятием для многокритериальных задач является оптимальность по Парето. Ситуация $<x,p>$ считается оптимальной по Парето, если не существует другой ситуации $<x^*,p^*>$, такой, что $f_i(x^*,p^*) \ge f_i(x,p)$ для всех i, и хотя бы для одной целевой функции это неравенство является строгим.

Однако цель нашего исследования состоит не в поиске оптимальных ситуаций, хотя и они, конечно, небезынтересны. Нам нужно найти вариант решения, который порождает оптимальные ситуации на широком, в идеале на всем, множестве условий.

Итак, имеем следующую задачу: ***в области G нужно выбрать «лучший» вектор x, определяющий выбор варианта, качество которого каким-либо образом согласуется с набором целевых функций***.

Остается понять, что такое «лучшие» векторы.

Рассмотрим сначала упрощенный вариант задачи, когда внешние параметры отсутствуют. Этот вариант важен и сам по себе, и потому, что к нему тем или иным способом сводится решение общей задачи.

Существующие методы решения задач многокритериальной оптимизации можно с некоторой степенью условности разделить на автоматические и диалоговые.

Автоматические методы. Эти методы предусматривают получение в ходе их выполнения одной единственной компромиссной точки (точки множества Парето), которая и считается оптимальной. Для получения этой точки в подавляющем большинстве автоматических методов задача многокритериальной оптимизации преобразуется в задачу с одним критерием эффективности. Наиболее распространенными методами такого типа являются методы главного критерия, обобщенного критерия и целевого программирования.

Метод главного (основного) критерия. Исходная задача многокритериальной оптимизации сводится к задаче оптимизации по одному из критериев $f_k(x)$, который считается самым важным (главным), при условии, что значения остальных критериев должны быть не меньше установленных величин $f_i^{\wedge}$ [1, 2].

Методы обобщенного критерия и целевого программирования. Эти методы близки друг другу. Сущность их состоит в том, что все критерии $f_i(x)$ свертываются в одну функцию, называемую обобщенным критерием или функцией ценности [3].

В этих методах ЛПР выбирает не конкретное решение, а обобщенный критерий, на основании которого будет выбрано оптимальное решение. В результате этого полученное решение считается оптимальным в смысле выбранного обобщенного критерия. Здесь ЛПР абстрагируется от непосредственных значений критериев и оперирует только с их нормализованными значениями, используя весовые коэффициенты, определяющие важность критерия.

Автоматические методы хороши тем, что дают одно единственное решение. Однако эти методы обладают существенными недостатками. Для метода главного критерия это необходимость:

- выделить из множества критериев наиболее важный, что возможно не во всех практических задачах;
- установить ограничения для всех критериев, кроме главного; установка этих ограничений затруднительна для ЛПР, если они объективно не связаны с постановкой задачи, кроме того, задание ЛПР больших граничных значений критериев часто дает идеальную, т. е. несуществующую точку. Задание малых значений для ограничений приводит задачу многокритериальной оптимизации к тривиальной задаче максимизации одного из критериев, что противоречит самой постановке задачи многокритериальной оптимизации.

Методы обобщенного критерия и целевого программирования создают иллюзию получения единственного оптимального решения, хотя ЛПР, как указано выше, даже не оперирует непосредственными значениями функций, а лишь нормализованными. Доказать правильность выбора того или иного обобщенного критерия, а тем более обосновать, почему полученное решение лучше всех остальных, отвлекаясь от выбранного обобщенного критерия, невозможно.

Автоматические методы появились от неверия в возможность ЛПР самому выбрать нужное ему компромиссное решение. Выбор главного или обобщенного критерия, вообще говоря, произволен. «Исследователю не нравится произвол в выборе решения; считая математизацию за всеобщее благо, он постулирует постановку задачи и целевую функцию, а дальше все идет в соответствии с канонами математической науки, т. е. точно решаются задачи, произвольно поставленные. Произвол переносится из области выбора решения в область выбора математической модели и целевой функции. А этот произвол еще хуже, так как создает видимость научного обоснования там, где его по существу нет» [4. С. 93].

Недостатки автоматических методов все больше убеждают в необходимости привлечения человека к принятию решений. Поэтому в последнее время в большинстве практических работ, использующих многокритериальную оптимизацию, применяются диалоговые методы.

Интерактивные методы. Сущность всех интерактивных методов одна: ЛПР осуществляет направленный перебор компромиссных точек с целью выбора точки, наилучшим образом удовлетворяющей его предпочтениям. Для получения компромиссных точек на каждом шаге процедуры используются уже рассмотренные выше автоматические методы. ЛПР получает компромиссную точку, оценивает ее, и на основании этой оценки ищется другая компромиссная точка. Процедура заканчивается, когда одна из точек удовлетворит ЛПР. Эта точка и считается оптимальной. Интерактивные методы постоянно развиваются и совершенствуются в направлении облегчения ЛПР принятия решения, упрощения формы получаемой от ЛПР информации. Однако анализ существующих интерактивных методов показал наличие парадокса, связанного с предположениями о знаниях ЛПР: с одной стороны, ЛПР само выбирает лучшую компромиссную точку, т. е. обладает достаточными знаниями для ее выбора, а с другой стороны, предполагается, что ЛПР не в состоянии четко указать, какое же решение оно желает получить [5].

В работах [5, 6] предлагаются методы решения задачи многокритериальной оптимизации, которые требуют от ЛПР задания желаемых значений целевых функций и в случае отсутствия компромиссных точек, удовлетворяющих заданным требованиям, предписывают ЛПР уточнять заданные значения критериев. На основании такого уточнения область компромиссных точек сужается до тех пор, пока не превратится в точку. Предлагаемые процедуры достаточно гибки, но требуют для своего исполнения решения очень большого количества однокритериальных экстремальных задач и поэтому эффективны лишь для задач с малым числом критериев.

В работах [7–9] предлагается интерактивный метод, основанный на зондировании пространства параметров, т. е. на замене исходной непрерывной области ее дискретным представлением в виде конечного равномерно расположенного в этой области множества точек, и на активном диалоге ЛПР с компьютером. Этот метод не свободен от недостатков, но обладает и весьма существенными достоинствами, которые можно распространить на решение задач с внешними параметрами.

Но прежде рассмотрим основные применяемые в практике способы снятия неопределенности в случае задач с внешними параметрами. Фактически их только два.

Минимаксный подход. Выбор считается оптимальным, если он оптимален для наиболее неблагоприятного случая. Другими словами из задачи исключаются внешние параметры заменой целевых функций $f_i(x,p)$ критериями $f_i^*(x)=\min_p f_i(x,p)$, а затем решается задача оптимизации в условиях определенности. Достоинство этого подхода заключается в том, что достигается гарантированный результат, правда лишь в том случае, когда решение существует. Этот подход очень негибок, требует больших объемов вычислительной работы и, кроме того, вряд ли разумно планировать крайности, если это, конечно, не необходимо.

Статистический подход. Выбор считается оптимальным, если он оптимален в среднем. В основе этого подхода лежат представления о внешних параметрах как о случайных величинах с теми или иными вероятностными характеристиками. Неопределенность снимается заменой целевых функций их математическими ожиданиями, рассчитанными с использованием известных распределений внешних параметров. Однако для реализации статистического подхода необходимо построить распределение вероятностей внешних параметров, что не всегда легко, а часто и невозможно сделать.

В настоящей работе предлагается ***прагматический подход***. Задачи многокритериальной оптимизации возникают и решаются не как чисто математические конструкции, а для удовлетворения вполне конкретных потребностей проектирования, планирования и т. п. Чтобы достичь практических результатов, часто достаточно найти вариант решения, имеющий, может быть, и не самые лучшие, но достаточно приемлемые качества, и сохраняющий их на возможно более широком множестве внешних факторов. Поэтому в каждой частной ситуации имеет вполне реальный смысл следующая конструкция.

Для каждой целевой функции $f_i(x,p)$ назначим пороговые значения – «худшие» показатели качества, с которыми ЛПР готово согласиться. Другими словами, мы назначаем ***целевые*** или ***критериальные*** ограничения. Нас будут устраивать ситуации $<x,p>$, для которых выполнены все неравенства $f_i(x,p)\geq f_i^\wedge$.

Множество $F=\{<x,p>\in G: f_i(x,p)\geq f_i^\wedge\}$ назовем областью эффективных ситуаций или просто ***областью эффективности***.

Введем новое понятие, в некотором смысле родственное таким понятиям как живучесть, устойчивость, нечувствительность и т. п. В связи с тем, что перечисленные термины уже заняты и широко применяются, мы будем употреблять слово толерантность, используя те оттенки его значения, которые означают терпимость, способность соглашаться, безразличие.

Пусть M некоторое множество с ненулевым объемом, лежащее в исходном блоке $B=X\times P$, x – вариант решения.

Множество $P(x,M)=\{p\in P: <x,p>\in M\}$ назовем ***множеством толерантности*** варианта x на множестве M.

Отношение объема множества $P(x,M)$ к объему блока P $T(x,M)=\dfrac{|P(x,M)|}{|P|}$ назовем ***толерантностью*** варианта x на множестве M. Толерантность характеризует способность варианта x сохранять ситуацию в пределах множества M при изменении условий, или, другими словами, это показатель устойчивости варианта к изменениям условий.

Применительно к нашей задаче толерантность $T(x,F)$ – это характеристика способности варианта x сохранять значения целевых функций внутри исходной области G в пределах, заданных вектором $f^\wedge=\langle f_1^\wedge,..., f_s^\wedge\rangle$. Вариант с наибольшей толерантностью и есть прагматическое решение оптимизационной задачи.

Очевидно, что вариант решения с толерантностью, равной 1, является приближенно оптимальным для минимаксного подхода. Со статистической точки зрения толерантность можно интерпретировать, как вероятность варианта удерживать ситуацию в пределах допустимой области. Таким образом, понятие толерантности предоставляет возможность обобщить и минимаксный, и стохастический подход к решению оптимизационных задач с неопределенными параметрами.

Заметим, что так как множество F является частью области G, то толерантность $T(x,F)$ является функцией не только вектора x, но и векторов $f^\wedge$ и $g^\vee$, определяющих соответственно критериальные и функциональные ограничения.

Введенное понятие толерантности, как легко показать, обладает следующими свойствами.

Пусть функции $f_i(x,p)$ и $g_k(x,p)$ непрерывны в области определения. Тогда функция $T(x,f^\wedge,g^\vee)$:

а) по переменной x – кусочно-непрерывная,
б) по переменной $f^\wedge$ – монотонно убывающая и кусочно-непрерывная,
в) по переменной $g^\vee$ – неубывающая и кусочно-непрерывная;
г) непрерывная, если все функции $f_i(x,p)$ и $g_k(x,p)$ не равны константе на множестве ненулевого объема, т. е. не имеют областей постоянства.

К сожалению, вычисление толерантности для различных вариантов решений аналитическими методами возможно только для областей, имеющих простое геометрическое строение, определяемое алгебраическими уравнениями первого или второго порядков. А ведь требуется еще и найти вариант с наибольшей толерантностью. С формальной точки зрения имеем две различные задачи: задачу вычисления меры множеств и задачу поиска оптимума. И ту и другую задачи можно пытаться решать, используя достаточно хорошие равномерно распределенные последовательности [10, 11].

Будем полагать, что мы умеем строить в блоках X и P начальные участки некоторых равномерно распределенных последовательностей $\{X_k\}$ и $\{P_k\}$.

Пусть A – некоторое совершенное (совпадающее со своим замыканием) подмножество блока P, а $P_1,P_2,...,P_N$ – начальные точки последовательности $\{P_k\}$, – множество тех из них, которые попали в A, тогда $|A| = \lim\limits_{N\to\infty} \frac{|A_N|}{N}|P|$.

Это известное положение теории равномерно распределенных последовательностей. При достаточно больших N $|A| \approx \frac{|A_N|}{N}|P|$.

Мы будем использовать последнее приближение для вычисления толерантности.

Возможны три принципиально различных случая постановки общей задачи многокритериальной оптимизации

1. Ни целевые функции, ни ограничения не зависят от условий.
2. Часть целевых функций зависит от условий, а часть не зависит.
3. Все целевые функции зависят от условий.

Рассмотрим подробно каждый вариант и предложим схему решения соответствующей задачи.

Случай 1. Это классическая задача оптимизации в условиях определенности. Приведем методику ее решения, предложенную в [5].

Во множестве G, совпадающем с областью возможных вариантов, выбираем N пробных точек $G_1,...,G_N$ из некоторой равномерно распределенной в X последовательности. В каждой пробной точке вычисляются значения всех критериев $f_1,...,f_N$. По каждому критерию составляется таблица испытаний, в которой значения расположены в порядке возрастания качества, т. е. худшие значения предшествуют лучшим.

При больших N крайние значения таблицы испытаний для каждого кусочно-непрерывного критерия близки к его минимуму и максимуму. Таблица испытаний позволяет оценивать не только экстремальные значения критериев, но и дает возможность судить о частоте тех или иных значений.

Просматривая таблицы испытаний, ЛПР назначает пороговые значения критериев, т. е. задает вектор $f^\wedge$. После того как пороги назначены, происходит отбор эффективных точек – точек, удовлетворяющих критериальным ограничениям. Может оказаться, что для заданного N не найдется ни одной эффективной точки. Это означает, что если множество эффективных вариантов не пусто, то его объем имеет порядок $|G|/N$. В этой ситуации можно поступить двояко: либо изменить вектор $f^\wedge$, ослабив какие-либо ограничения, либо, если ограничения менять не хочется, увеличить число пробных точек. Если при неоднократном увеличении числа N множество эффективных вариантов все же пусто, то есть основание полагать, что ограничения несовместны. Конечно, нельзя исключить, что существует эффективная точка, но если это и так, то ее окрестность, в которой действуют все ограничения, имеет очень маленький объем, и практически соответствующий этой точке вариант решения будет неустойчивым, т. е. небольшие нарушения допусков приведут к потере эффективности.

После того как найдено некоторое множество эффективных вариантов, ЛПР может удовлетвориться достигнутым, считая любой найденный вариант решением задачи, но может пойти и дальше, выбирая в построенном множестве точки, оптимальные по Парето.

В табл. 1 рассматривается схема решения задач первого типа. Слева приведены операции, справа – оперирующая сторона.

Таблица 1. *Схема решения задач 1-го типа*

1. Назначаем N – число пробных точек	ЛПР
2. Вычисляем значения f и g в пробных точках	Компьютер
3. Назначаем ограничения $f^{\wedge}$ и $g^{\vee}$	ЛПР
4. Находим множество F_N эффективных вариантов	Компьютер
5. Если F_N имеет малый объем, переходим к шагу 1 или шагу 3	ЛПР
6. В множестве F_N выбираем оптимальные по Парето варианты	Компьютер

Случай 2. Это наиболее общий случай задач многокритериальной оптимизации. Вектор целевых функций состоит из двух частей $f(x,p)=<\varphi(x),\psi(x,p)>$.

В блоках X и P строим множества X_N и P_K пробных точек. Составляем таблицы испытаний для всех функций из f и g, рассчитывая их в точках множества $X_N \times P_K$. Назначаем критериальные и функциональные ограничения. Для критериев, не зависящих от условий, находим эффективные варианты, выбираем из них оптимальные по Парето и уже для последних рассчитываем толерантности. Вариант с наибольшей толерантностью и будет являться решением.

В табл. 2 рассматривается схема решения задач второго типа. Слева приведены операции, справа – оперирующая сторона.

Таблица 2. *Схема решения задач 2-го типа*

1. Назначаем N и K – число пробных точек в блоках X и P	ЛПР
2. Вычисляем значения f и g в пробных точках	Компьютер
3. Назначаем ограничения $f^{\wedge}$ и $g^{\vee}$	ЛПР
4. Находим множество Φ_N эффективных вариантов	Компьютер
5. Если Φ_N имеет малый объем, переходим к шагу 1 или шагу 3	ЛПР
6. В множестве Φ_N выбираем φ-оптимальные решения	Компьютер
7. Среди них находим вариант с наибольшей толерантностью	Компьютер

Случай 3. Это другой крайний случай, в каком-то смысле противоположный первому. Здесь все целевые функции зависят от условий.

В блоках X и P строим множества X_N и P_K пробных точек. Составляем таблицы испытаний для всех функций из f и g, рассчитывая их в точках множества $X_N \times P_K$, и назначаем критериальные и функциональные ограничения. Для каждого варианта из области эффективных вариантов рассчитываем толерантности. Вариант с наибольшей толерантностью и будет являться решением.

В табл. 3 рассматривается схема решения задач третьего типа.

Для проверки работоспособности предлагаемого прагматического подхода к диалоговому процессу многокритериальной оптимизации были проведены численные эксперименты на моделях, предложенных в [8, 9]. Прагматический подход сравнивался с интерактивным методом, предложенным в этих же работах. В [8, 9] строится однокритериальная целевая функция, основанная на получении информации о предпочтениях ЛПР посредством диалога. В качестве автоматического метода, оптимизирующего эту функцию, используется метод деформируемых конфигураций [8]. В прагматическом подходе применялась рассмотренная выше схема 3 и квазиравномерные последовательности точек [11]. В обоих случаях использовалась размерность задачи 10, а число обращений к целевой функции ограничивалось 1000.

Таблица 3. *Схема решения задач 3-го типа*

1. Назначаем N и K – число пробных точек в блоках X и P	ЛПР
2. Вычисляем значения f и g в пробных точках	Компьютер
3. Назначаем ограничения $f^{\wedge}$ и $g^{\vee}$	ЛПР
4. Находим множество F_N эффективных вариантов	Компьютер
5. Если F_N имеет малый объем, переходим к шагу 1 или шагу 3	ЛПР
6. В множестве F_N находим вариант с наибольшей толерантностью	Компьютер

Временные затраты, связанные с вычислением компьютером целевой функции в прагматическом подходе, оказываются в 4–7 раз выше, чем в подходе [9]. Это связано с тем, что метод деформируемых конфигураций является более быстрым по сравнению со стохастическим. Однако эти затраты несравнимо меньше, чем время диалога с ЛПР. Кроме того, в прагматическом подходе ЛПР вступает в диалог только после серии итераций, в то время как в методе [9] диалог требуется после каждой итерации. В результате прагматический подход оказывается в 2–3 раза более эффективным (эти оценки зависят в общем случае от размерности задачи и числа критериев).

Однако более важной при сравнении методов является как раз толерантность найденного решения. В подходе [8] погрешность нахождения оптимума в модельных задачах не превосходит 4 %, в то время как в прагматическом подходе – 12 %. В то же время проведенный анализ чувствительности найденных решений показал, что подход [8] приводит к очень узкой области работоспособности (порядка 3...4 % от диапазона параметров), в то время как прагматический подход дает широкий коридор в 10...15 %, что приводит к высокой устойчивости найденных решений.

Итак, в настоящей работе приводится методика решения задач многокритериальной оптимизации с математическими моделями, содержащими множество переменных, значения которых не регулируются лицом, принимающим решение. Эта методика основана на вновь введенном понятии толерантности варианта решения. Приведены схемы решения задач 3-х разных типов. Результаты исследований показывают работоспособность прагматического подхода, его приемлемые точность и эффективность, и, главное, устойчивость решений к изменениям найденных оптимальных параметров

Работа выполнена в рамках госзадания «Наука», рег. номер НИР 8.596.2011.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подиновский В.В. Математическая теория выработки решений в сложных ситуациях. – М.: Министерство обороны СССР, 1981. – 212 с.
2. Дубов Ю.А., Травкин С.И., Якимец В.Н. Многокритериальные модели формирования и выбора вариантов систем. – М.: Наука, 1986. – 296 с.
3. Машунин Ю.К. Методы и модели векторной оптимизации. – М.: Наука, 1986. – 144 с.
4. Вентцель Е.С. Исследование операций. Методологические аспекты. – М.: Наука, 1972. – 105 с.
5. Степанов А.В. Человеко-машинная процедура принятия решений в задачах векторной оптимизации // Математическое моделирование. – 1991. – Т. 3. – № 5. – С. 61–73.
6. Соболь И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 112 с.
7. Михалевич В.С., Волкович В.Л. Вычислительные методы исследования и проектирования сложных систем. – М.: Наука, 1982. – 278 с.
8. Рыков А.С. О диалоговых методах деформируемых конфигураций // Доклады РАН. – 2000. – Т. 375. – № 2. – С. 39–46.
9. Рыков А.С., Калашников А.Е. Диалоговый метод деформируемых конфигураций для многокритериальной оптимизации технологических процессов // Современные сложные системы управления (СССУ/HTCS 2003): Труды Междунар. конф. – Воронеж: ВГАСУ, 2003. – Т. 2. – С. 185–188.
10. Кейперс Л., Нидеррайтер Г. Равномерное распределение последовательностей. – М.: Наука, 1985. – 408 с.
11. Орлов В.А., Рейзлин В.И. Новое семейство квазислучайных последовательностей // Известия Томского политехнического университета. – 2012. – Т. 320. – № 2. – С. 24–26.

Поступила 14.03.2013 г.

УДК 519.6:004.93

АНАЛИЗ ПУТЕЙ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАСЧЕТОВ ЧАСТОТНО-ВРЕМЕННОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ

Е.Е. Лунева, В.С. Аврамчук

Томский политехнический университет
E-mail: lee@tpu.ru, avs@tpu.ru

Рассмотрены технологии повышения эффективности математических расчетов на многопроцессорных системах с использованием графических процессоров NVIDA CUDA. Показано, что графические процессоры превосходят по скорости процессоры общего назначения при решении задач, связанных с вычислениями. Эффективность использования технологии Microsoft.NET Framework целиком зависит от числа вычислительных ядер в процессоре. Применение технологии CUDA позволяет привлечь уникальную вычислительную архитектуру графических процессоров и существенно сократить общее время выполнения расчетов.

Ключевые слова:
Цифровой сигнал, корреляционный анализ, Microsoft.NET Framework, NVIDIA CUDA.

Key words:
Digital signal, correlation analysis, Microsoft.NET Framework, NVIDIA CUDA.

Цифровая обработка сигналов в настоящее время является важным и перспективным направлением развития современной науки и техники. По мере развития вычислительных мощностей современных ЭВМ увеличиваются объёмы обрабатываемой информации, создаются совершенно новые алгоритмы обработки сигналов, расширяются сферы применения цифровой обработки сигналов. К создаваемым способам и программному обеспечению предъявляются более жесткие требования по быстродействию, возможности использования в режиме реального времени и точности. Удовлетворение этих требований невозможно без привлечения передовых вычислительных устройств и технологий. Цель данной работы заключается в исследовании возможных путей повышения эффективности использования аппаратных ресурсов ЭВМ при решении задач корреляционного анализа сигналов.

Корреляционный анализ сигналов находит широкое применение при решении задач неразрушающего контроля и диагностики, определения характеристик электрических систем, обработки цифровых изображений [1]. Функции корреляции достаточно просто определяются через дискретное преобразование Фурье (ДПФ) [1]. Эффективность вычисления в данном случае зависит от способа реализации ДПФ. Максимальная эффективность достигается при использовании быстрого преобразования Фурье (БПФ). Основным недостатком такого способа расчета корреляционных функций является отсутствие информации о связи сигналов в частотной области. Этого недостатка лишен метод частотно-временного корреляционного анализа [2], использование которого позволяет существенно повысить информативность проводимого анализа. Однако применение данного подхода сопряжено с большими вычислительными затратами, так как данный метод вычисления требует многократного выполнения процедур БПФ. Количество необходимых преобразований напрямую зависит от количества формируемых копий сигнала. Для оценки трудоемкости вычислений указанным